



أولمبياد الرياضيات لسنة 2009

من 00:00 إلى 06:00

مدة الإنجاز: ساعتان

الخميس 09 أبريل 2009

تمرين 1: (5ن)

1/ a و b عدنان حقيقيان غير منعدمين.

$$\frac{(a^{-3}b^2)^{-5} \times (2(ab^2)^{-1})^3}{(2a^{-3}b^4)^{-4}} = 128 \quad \text{وإن} \quad \frac{(2a^{-3}b^2)^5 \times (5^3 a^{-4} b^3)^{-2}}{(5^{-3} b^2 a^{-1})^3 \times (2a^{-2} b^{-1})^2} = 1000 \quad \text{بين أن}$$

$$2/ \text{أوجد العدد الحقيقي } x \text{ بحيث: } \frac{9^{x-2} \times 3^{2x-2}}{(27)^{x+3}} = 81$$

تمرين 2: (5ن)

a, b, c أعداد حقيقية:

$$1/ \text{بين أن: } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c) \left[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right]$$

2/ بين أنه إذا كان $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ فإن $a+b+c=0$ أو $a=b=c$

3/ a, b, c أطوال أضلاع مثلث بحيث $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ماهي طبيعة هذا المثلث؟

تمرين 3: (4ن)

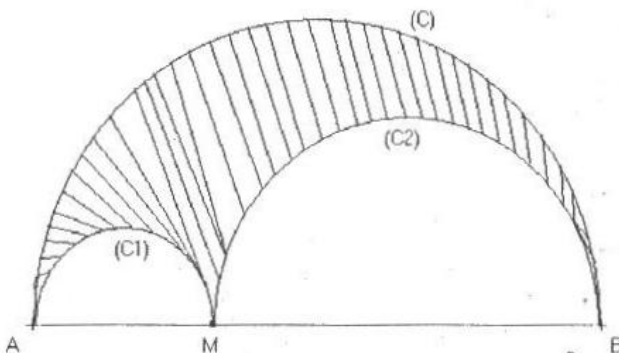
لتكن [BC] قطعة و H نقطة خارجها، أنشئ المثلث ABC بحيث H مركز تعامد المثلث،
مبيناً المراحل المتبعة مع التعليل

ملاحظة: النقطة H لا تنتمي إلى العمودي على (BC) المار من النقطة C ولا المار من B.

تمرين 4: (6ن)

لتكن (C) نصف دائرة قطرها [AB] بحيث: $AB = 6cm$

ولتكن M نقطة من القطعة [AB] تختلف عن A و B، نضع $AM = 2x$. (لاحظ الشكل)



حدد موضع M بحيث تكون مساحة الجزء
المخدوش تساوي مساحة الجزء الغير
المخدوش.

$$\text{إشارة: حل المعادلة } 2\pi x^2 - 6\pi x + \frac{9}{2}\pi = 0$$

$$\text{هو: } x = \frac{3}{2}$$